

**Олимпиадные задания 1 этапа Межрегиональной олимпиады школьников «Альфа»
по математике
11 класс**

1. Ресторан купил красную икру, вчера – маленькую банку, по цене 510 рублей за штуку, а сегодня - по 990 рублей, но крупную банку. Всего на икру он истратил 25200 рублей, из них переплаты из-за отсутствия сдачи составили от 160 до 200 рублей. Сколько Ресторан купил банок икры вчера и сколько сегодня?

2. Решите уравнение $2^{\sqrt{xy}} + 5^{\sqrt{x+y}} = 3^{-x} + 4^{-y}$.

3. В каком году родились люди, которым в 2018 году исполнилось столько лет, какова сумма цифр их года рождения?

4. Мальчик Петя, насчитал 60 ступенек, сбегая вниз по движущемуся эскалатору. Затем он решил пробежать вверх по тому же эскалатору с той же скоростью относительно эскалатора, и насчитал 300 ступенек. Сколько ступенек он насчитал, спускаясь вместе по неподвижному эскалатору?

5. Петя, решая у доски пример на сложение двух целых чисел дописал лишний ноль на конце первого слагаемого и получил в сумме 555559 вместо 333331. Чему равно второе слагаемое?

6. Вычислите $(1 + \sqrt{a})(1 + \sqrt[4]{a})(1 + \sqrt[8]{a})(1 + \sqrt[16]{a})(1 + \sqrt[32]{a})(1 - \sqrt[32]{a})$
при $a = -2017$.

7. Найдите значение функции $y = \sqrt{4\sin^4 2x - 6\cos 4x + 15} + \sqrt{4\cos^4 2x + 6\cos 4x + 15}$ при $x=2018$.

8. Найдите все натуральные n , при которых число $|n^2 - 7n + 10|$ является простым числом. В ответе укажите их сумму.

9. Волк, Заяц и Медведь одновременно побежали на 1 км. Волк на финише опередил Зайца на 100 м, а Медведь при этом отставал от Зайца на 90 м. Заяц финишировал на 18 секунд позже Волка. На сколько секунд позже Зайца финишировал Медведь? (У всех бегунов скорость была постоянной).

10. Решите уравнение: $2^x + 3^x = \frac{5}{6}$.

**Каждая задача оценивается в 10 баллов.
Всего 100 баллов.**